

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

1.- Queremos construir una caja abierta, de base cuadrada y volumen 256 l. Halla las dimensiones para que la superficie, y por tanto el coste, sea mínimo. Sol: $x = 8$, $y = 4$

2.- Entre todos los rectángulos de área 16 halla el de perímetro mínimo. Sol: $x = y = 4$

3.- La suma de las aristas de un prisma recto de base cuadrada es 36. Halla las dimensiones para que el volumen sea máximo. Sol: $x = 3$; $y = 3$

4.- En un círculo de diámetro 8 cm se divide éste en dos trozos que son también diámetros de otros dos círculos. Halla la medida de los trozos para que la diferencia entre el área del círculo grande y las de los dos pequeños sea máxima. Sol: $d = d' = 4$ cm.

5.- De todos los cilindros inscritos en una esfera de radio 1 m, hallar el valor del volumen del que lo tenga máximo. Sol: $V = 4\sqrt{3}/9$ ð

6.- Hallar los puntos de la curva $y^2 = x$ cuya distancia al punto $(3/2, 0)$ sea mínima. Sol: $(1, 1)$

7.- Una hoja de papel debe contener 288 cm^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior deben tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo?. Sol: 28H14

8.- La vidriera de una iglesia está formada por un rectángulo y sobre él una semicircunferencia, si se quiere que el perímetro sea mínimo y que el área sea $8+2\sqrt{3} \text{ m}^2$. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la vidriera?. Sol: $x=4$, $y=2$ m

9.- Un ganadero quiere encerrar a sus ovejas en un redil rectangular de área máxima, para lo cual aprovecha la pared de la finca y con 100 metros de valla construye ese redil. Halla las dimensiones del rectángulo. Sol: 25H50

10.- Entre los pares de números cuyo producto es 64 encuentra aquellos positivos cuya suma de cuadrados sea mínima. Sol: 8 y 8

11.- En un campo se quiere limitar una parcela de 24 m^2 por medio de una valla rectangular y además dividirla en dos partes iguales por medio de otra valla paralela a uno de los lados. ¿Qué dimensiones deben elegirse para que la cantidad de valla sea mínima?
Sol: 6 m de largo por 4 m de ancho

12.- Entre todos los rectángulos inscritos en una circunferencia de radio $2\sqrt{2}$, ¿cuál es el de superficie máxima?. Sol: Un cuadrado de lado 4

13.- Se quiere construir una caja partiendo de una lámina rectangular de 8H5 cm, recortando un cuadradito en cada esquina y doblando. Determina cuánto hay que cortar para que la caja tenga un volumen máximo. Sol: $x=1$ cm

14.- La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es 40 cm. Halla sus dimensiones para que la superficie de ese rectángulo sea máxima. Sol: Dos catetos iguales de 20 cm

15.- Se quieren fabricar latas de refresco (cilíndricas) cuyo contenido sea de $\frac{1}{3}$ de litro, de manera que el coste de la chapa sea mínimo; halla su altura y radio de la base. Mide las dimensiones de cualquier lata que tengas en casa y comprueba si se fabrican siguiendo ese criterio.

$$\text{Sol: } R = \frac{1}{\sqrt[3]{6} \mathbf{P}} \text{ dm} \quad h = \sqrt[3]{\frac{36}{27} \mathbf{P}}$$

16.- Un comerciante vende mensualmente 3000 latas de refresco a un precio de 60 céntimos/lata y sabe que por cada céntimo que rebaja en el precio vende 150 latas más, de la misma forma si aumenta el precio 1 céntimo vende 150 latas menos. Si al comerciante le cuesta cada lata 30 céntimos. ¿A qué precio ha de vender las latas para obtener el máximo beneficio?. Sol: 55 céntimos

17.- Queremos vallar una parcela rectangular de 200 m^2 de una finca aprovechando un muro ya existente, de modo que en ese lado no es necesaria valla. ¿Cómo debe ser ese rectángulo para que el coste de la valla sea mínimo?. Sol: 10H20

18.- Un jardinero quiere construir un parterre con forma de sector circular. Lo quiere rodear con una valla. Si sólo dispone de 40 m, ¿cuál será el radio para que la superficie sea máxima?. Sol: $r=10\text{m}$

19.- Se quiere vallar una parcela rectangular junto a una carretera. Si la valla junto a la carretera cuesta 1 euro/m y el resto 50 céntimos/m. ¿Cuáles serán las dimensiones de la parcela para que el área sea máxima si disponemos de 180 euros?. Sol: 60H90 m.

20.- Hallar las dimensiones de un rectángulo de área máxima inscrito en una circunferencia de radio 2. Sol: $x=\sqrt{8}$, $y=\sqrt{8}$

21.- De todos los triángulos isósceles de perímetro 9. Hallar las dimensiones del que tenga área máxima. Sol: $x=3$, $y=3$

22.- Se desea abrir una ventana rectangular en una pared de una casa. Queremos que nos salga lo más económica posible sin perder luz, para ello pretendemos que el área sea de $\frac{16}{15} \text{ m}^2$. Sabemos que el coste en vertical es de 50 euros/m y en horizontal 30 euros/m. ¿Cómo debe ser la ventana?. Sol: $\frac{4}{5} \text{ H } \frac{4}{3}$

23.- Hallar dos números que sumen 18 y que su producto sea máximo. Sol: 9 y 9

24.- Hallar dos números que sumen 9 y que el producto del cuadrado de uno por el triple del otro sea máximo. Sol: $x=6$, $y=3$