

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1. Deduce la expresión del seno del ángulo mitad.
2. Sabiendo que $\sin \hat{\alpha} = 1/4$ y que $\hat{\alpha}$ está en el primer cuadrante, calcula $\operatorname{tg} 2\hat{\alpha}$.
3. Calcula $\cos(2x)$, siendo $\cos x = 1/2$.
4. Resuelve la ecuación: $\cos(x) = \cos(2x)$
5. Comprueba las siguientes identidades trigonométricas:
 - a) $2 \cotg(x) = \operatorname{sen}(2x) \cdot \operatorname{cosec}^2(x)$
 - b) $\sec(x) \cdot (\operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}(2x)) = \operatorname{tg}(x) - 2\operatorname{sen}(x)$

Sol:

2. $\sqrt{15}/7$

3. $-1/2$

4. $x = 0 + 2k\pi$; $x = 2\pi/3 + 2k\pi$; $x = 4\pi/3 + 2k\pi$

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

- Sin utilizar la calculadora:
 - Expresa en grados los siguientes ángulos dados en radianes: $3\sqrt{5}$; $8\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$
 - Expresa en radianes los siguientes ángulos medidos en grados: 300° , 150° ; 30° .
 - Reduce al primer cuadrante los siguientes ángulos : 3240° , -420° , 1310° .
- Sabiendo que $\cos(\hat{\alpha}) = -4/5$ y $90^\circ < \hat{\alpha} < 180^\circ$, calcula $\sin(\hat{\alpha})$ y $\text{tg}(\hat{\alpha})$.
- Si $\hat{\alpha}$ es un ángulo del primer cuadrante calcula $\cos(90^\circ - \hat{\alpha})$, $\sin(180^\circ - \hat{\alpha})$ y $\sin(-\hat{\alpha})$, en función de $\sin(\hat{\alpha})$.
- Comprueba que se verifica $\cotg^2(\hat{\alpha}) = \text{cosec}^2(\hat{\alpha}) - 1$
- Calcula los ángulos de un rombo sabiendo que el lado mide 20 cm., y la digonal menor 20 cm. ¿Cuánto mide la otra diagonal?.

Soluciones:

- a) 108° , 120° , 270° ; b) $11\sqrt{6}$; $5\sqrt{6}$; $\sqrt{6}$; c) 0, 300° , 230°
- $\sin \hat{\alpha} = 3/5$; $\text{tg} \hat{\alpha} = -3/4$
- $\cos(90^\circ - \hat{\alpha}) = \sin(180^\circ - \hat{\alpha}) = \sin \hat{\alpha}$; $\sin(-\hat{\alpha}) = -\sin \hat{\alpha}$
- 60° , 120° , $20\sqrt{3}$ cm.

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1. Define las razones trigonométricas de un ángulo $\hat{\alpha}$ situado en un triángulo rectángulo. A partir de las mismas deduce la relación fundamental de la trigonometría.

2. Sabiendo que $\cos(\hat{\alpha}) = 1/2$ y $0 < \hat{\alpha} < \hat{\delta}/2$.

a) Halla las restantes razones trigonométricas.

b) Calcula razonadamente los valores de:

$\cos(\hat{\delta} - \hat{\alpha})$; $\sin(\hat{\delta} + \hat{\alpha})$; $\operatorname{tg}(\hat{\delta}/2 - \hat{\alpha})$; $\sin(\hat{\delta}/2 + \hat{\alpha})$

3. Halla el valor de x en las siguientes expresiones:

a) $\cos^2(x) - \sin^2(x) = 1$.

b) $\cos(3x + 30^\circ) = 1/2$

4. Halla el área de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de 4 cm de diámetro.

Soluciones:

2. a) $\sin \hat{\alpha} = \sqrt{3}/2$; $\operatorname{tg} \hat{\alpha} = \sqrt{3}$; b) $-1/2$, $-\sqrt{3}/2$, $1/\sqrt{3}$, $1/2$

3. a) $180k$; b) $x = 10 + 120k$; $x = 90 + 120k$

4. $A = 9,51 \text{ cm}^2$

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1. Enuncia y demuestra el Teorema del coseno.
2. Deseamos medir la altura de un edificio para lo cual nos situamos a una cierta distancia y vemos el edificio bajo un ángulo de 45° . Si nos alejamos 10 m del edificio, el ángulo de observación es de 30° . ¿Cuál es la altura del edificio?.
3. Halla los ángulos del triángulo ABC en el que $a=6$, $b=9$ y $c=12$.
4. Un canal tiene sus dos orillas paralelas. Desde los puntos A y B de una orilla se observa un punto P de la otra orilla, de modo que las visuales con la dirección de la orilla forman ángulos de 30° y 37° , respectivamente. Calcula la anchura del canal sabiendo que la distancia AB es de 61,3 m.
5. Resuelve la ecuación $\sin(2x) = \cos(\frac{\pi}{2}-x)$

Soluciones:

2. $h=13,66$ m
3. $A=22,96^\circ$; $B=46,56^\circ$; $C=104,48^\circ$
4. 20 m
5. $x=360k$; $x=60+360k$

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1. ¿Qué valores positivos, menores de 360° , pueden completar las siguientes igualdades?. Razónalo.

a) $\text{sen}(x) = \text{sen}(140^\circ)$

b) $\text{sec}(x) = -\text{sec}(20^\circ)$

c) $\text{cotg}(x) = \text{tg}(120^\circ)$

d) $\text{cos}(x) = \text{cos}(210^\circ)$

2. Resuelve la siguiente ecuación, expresando todas las soluciones posibles en grados:

$$3 \text{sen}(x) = \text{cos}(2x) + 1.$$

3. Para medir la altura de mi casa me sitúo ante ella a una cierta distancia y mido el ángulo con que veo el tejado respecto a la horizontal y es de 37° , me acerco 10 m en línea recta y el nuevo ángulo es de 45° . ¿Cuánto mide mi casa?. Toma $\text{sen}37^\circ = 0,6$, $\text{cos}37^\circ = 0,8$.

4. Sabiendo que $\text{sen}(30^\circ) = 1/2$ y $\text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2$. Halla: $\text{sen}(15^\circ)$, $\text{sen}(75^\circ)$, $\text{tg}(105^\circ)$

5. Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y llanas. La distancia es de 4 Km, la distancia es de 6 Km y el ángulo que forman y es de 60° . ¿Cuánto distan B y C?.

Soluciones:

1. a) $x = 40^\circ$; b) $x = 160^\circ$, $x = 200^\circ$; c) $x = 300^\circ$, $x = 150^\circ$; d) $x = 150^\circ$

2. $x = 30 + 360k$; $x = 150 + 360k$

3. 30 m

4. $\text{sen}(15^\circ) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$; $\text{sen}(75^\circ) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$; $\text{tg}(105^\circ) = \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}}$

5. $\sqrt{28}$

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1. Deduce la expresión del seno del ángulo doble.
- 2.- Sabiendo que $\text{sen}(\hat{a}) = 3/5$ y que \hat{a} está en el primer cuadrante, calcula:
a) $\text{sen}(\hat{a}/2)$ b) $\text{cos}(2\hat{a})$ c) $\text{sen}(180 + \hat{a})$
3. Calcula $\text{sen}(3x)$, siendo $\text{cos}(x) = 1/2$.
4. Resuelve la ecuación: $\text{sen}(x) = \text{sen}(2x)$
5. Comprueba las siguientes identidades trigonométricas:
a) $\text{cos}(\mathbf{a}) \cdot \text{cotg}(\mathbf{a}) = \frac{1}{\text{sen}(\mathbf{a})} - \text{sen}(\mathbf{a})$
b) $2 \text{tg}(\hat{a}) \cdot \text{cos}^2(\hat{a}) = \text{sen}(2\hat{a})$

Soluciones:

2. a) $1/\sqrt{10}$; b) $7/25$; c) $-3/5$
3. $\text{sen}(3x) = 0$
4. $x = 2k\checkmark$; $x = \checkmark/3 + 2k\checkmark$; $x = 5\checkmark/3 + 2k\checkmark$

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1. Demuestra la identidad:

$$\frac{\sec(\mathbf{a}) + \cos(\mathbf{a})}{\operatorname{cosec}(\mathbf{a}) + \operatorname{sen}(\mathbf{a})} = \frac{3 \operatorname{tg}(\mathbf{a})}{1 + \operatorname{sen}^2(\mathbf{a})} - \operatorname{tg}(\mathbf{a})$$

2. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\sec(x) - \operatorname{sen}^2(x) = 1 + \cos^2(x)$

b) $\operatorname{sen}(2x) = \operatorname{tg}(x)$

3. Sabiendo que los catetos de un triángulo rectángulo miden $3\sqrt{3}$ y 3 m. ¿Cuánto miden los demás elementos?.

4. Sabiendo que $\operatorname{coseno} 37^\circ = 4/5$, calcula las razones trigonométricas de 74° .

5. Si $\operatorname{tg} \hat{\alpha} = 3/4$, calcula $\operatorname{tg} (90-\hat{\alpha})$.

Soluciones:

2. a) $x = \pi/3 + 2k\pi$; $x = 5\pi/3 + 2k\pi$

b) $x = k\pi$; $x = \pi/4 + 2k\pi$; $x = 7\pi/4 + 2k\pi$

3. hip= 6 m; 30° , 60° , 90° ;

4. $\operatorname{sen}74^\circ = 24/25$; $\operatorname{cos} 74^\circ = 7/25$; $\operatorname{tg}74^\circ = 24/7$

5. $4/3$

TRIGONOMETRIA

- 1.- Halla el valor de: $2\sqrt{3} \operatorname{sen}(2\delta/3) - 2 \operatorname{sen}(\delta/2) - 2 \operatorname{sen}(\delta/6)$
- 2.- Halla las razones trigonométricas de 1230°
- 3.- Resuelve la ecuación: $\cos 2x - \operatorname{sen} x = 0$
- 4.- Un poste de 6 m de altura es alcanzado por un rayo partiendo a una altura h del suelo. La parte superior se desploma quedando unida a la parte inferior y formando 60° con ella. ¿Cuánto mide cada una de las partes?
- 5.- Sabiendo que $\operatorname{sen} \hat{a} = 3/5$ y $\cos \hat{a} = 1$, halla el valor de $\cos(2a + b)$

Soluciones:

1. 0
2. $\operatorname{sen}(1230^\circ) = 1/2$; $\cos(1230^\circ) = -\sqrt{3}/2$; $\operatorname{tg}(1230^\circ) = -1/\sqrt{3}$
3. $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 27^\circ + k \cdot 360^\circ$
4. 2m y 4 m
5. 7/25

EXAMEN TRIGONOMETRÍA

1. Teorema del seno: Enunciado e interpretación geométrica.
2. Necesitamos medir el ancho de un río para construir un puente. Para ello tomamos como referencia un árbol situado en la orilla opuesta. Medimos el ángulo que forma la visual del árbol con respecto a la orilla y es de 37° . Luego avanzamos 10 m paralelamente a la orilla y medimos el nuevo ángulo que es de 45° . ¿Cuánto mide el río de ancho?. Toma $\text{sen}37^\circ = 0,6$ y $\text{cos}37^\circ = 0,8$
3. De un triángulo sabemos que $B = 2A$, $a = 1$, $b = \sqrt{2}$. Se pide calcular A, B y C. (se trata de una ecuación trigonométrica).
4. ¿Es una identidad la expresión: $1 + \text{tg } a = \frac{\text{sen}(45^\circ + a)}{\text{cos}(45^\circ) \cdot \text{cos } a}$?
5. a) Resuelve la ecuación $\cos 2x + 4\cos^2 x = 2$
b) Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} \text{sen } x + \text{cos } y = 1/2 \\ \text{sen } x + \text{sen } y = 3/2 \end{cases}$$

Soluciones:

2. 30 m
3. $A = 45^\circ$, $B = 90^\circ$, $C = 45^\circ$
4. Sí
5. $x = \pi/4 + k \cdot \pi/2$; b) $x = 30^\circ$, $y = 90^\circ$

EXAMEN TRIGONOMETRÍA

1. Razona si son ciertas las siguientes cuestiones:
 - a) Si $\text{sen}x = 1/3$, entonces $\text{sen}(2x) = 2/3$
 - b) La gráfica de la función $\text{sen}x$ es estrictamente creciente en el intervalo $[0, \pi]$
2. Calcula el valor de la siguiente expresión: $\text{sen}[\arcsin(1/2)]$
3. a) Despeja x en la siguiente expresión. $y = (1/2)\arcsin(1-x^2)$
 - b) ¿Cuántas soluciones comprendidas entre 0 y π tiene la ecuación $x = \arccos(2)$?
 - c) Di algún punto en el que la función $y = \text{tg}x$ no sea continua y otro en el cual alcance un máximo.

4. a) Simplifica la expresión:
$$\frac{\text{cosec } a \left(\text{tg } a - \frac{\text{sen } 2a}{2} \right)}{\text{sec } a \cdot \text{sen } a}$$

- b) Escribe $\text{sen}(3x)$ en función de potencias de $\text{sen}(x)$.
5. a) Resuelve el triángulo en el que se conocen los datos: $b = 10$, $a = 14$ y $B = 45^\circ$
 - b) Las diagonales de un romboide miden 12 m y 6 m y forman un ángulo de 30° . Halla los lados del romboide

Soluciones:

1. a) F; b) F
2. $\sqrt{3}/2$
3. a) $x = \sqrt{1 - \text{sen}(2y)}$; b) Ninguna; c) $\pi/2 + k\pi$; No tiene máximos
4. a) sen^3x ; b) $\text{sen}(3x) = 3 \text{sen}x - 4 \text{sen}^3x$
5. a) $c = 6\sqrt{2}$; $C = 37^\circ$; $A = 98^\circ$; b) $\sqrt{45 - 18\sqrt{3}}$; $\sqrt{45 + 18\sqrt{3}}$

1. Teorema del seno. Dedúcelo.

2. Sin usar las tablas ni la calculadora. Calcula:

- a) $\cos(75^\circ)$ b) $\sin(3\pi/4)$ c) $\sin(15^\circ)$
 d) $\sec(0)$ e) $\operatorname{tg}(330^\circ)$ f) $\operatorname{cotg}(1125^\circ)$

3. Deduce la fórmula del coseno del ángulo doble.

4. Completa las siguientes igualdades:

- a) $\sin(\hat{a}-\hat{a})=$ b) $\operatorname{tg}(\hat{a}+\hat{a})=$ c) $\operatorname{tg}(2\hat{a})=$
 d) $\sin(\hat{a}/2)=$ e) $\sec^2\hat{a}-1=$ f) $1-\sin^2\hat{a}=$

5. Contesta a las siguientes preguntas de forma razonada: a) ¿Conoces algún ángulo que su seno sea igual al coseno?; b) En un triángulo rectángulo el ángulo B mide 30° . ¿Cuánto miden los otros?; c) ¿Cuánto mide cada ángulo de un hexágono regular?.

6. Deduce las fórmulas del ángulo mitad y haciendo uso de ellas calcula las razones trigonométricas del ángulo de 15° .

6. a) ¿A qué es igual: $\sin\hat{a}-\sin\hat{a}$?

b) Calcula, de forma razonada, el valor de: $\frac{\operatorname{sen} 110^\circ + \operatorname{sen} 20^\circ}{\cos 110^\circ + \cos 20^\circ}$

Soluciones:

2. a) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$; b) $\sqrt{2}/2$; c) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$; d) 1; e) $-\sqrt{3}/3$; f) 1

4. a) $\sin\hat{a} \cos\hat{a} - \cos\hat{a} \sin\hat{a}$; b) $\frac{\operatorname{tg} \mathbf{a} + \operatorname{tg} \mathbf{b}}{1 - \operatorname{tg} \mathbf{a} \cdot \operatorname{tg} \mathbf{b}}$; c) $\sqrt{\frac{1 - \cos \mathbf{a}}{1 + \cos \mathbf{a}}}$;

d) $\sqrt{\frac{1 - \cos \mathbf{a}}{2}}$; e) $\operatorname{tg}^2\hat{a}$; f) $\cos^2\hat{a}$

5. a) $45^\circ, 135^\circ$; b) $60^\circ, 90^\circ$; c) 120°

6. $\operatorname{sen} 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$; $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$; $\operatorname{tg} 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$

7. a) $\operatorname{sen} \mathbf{a} + \operatorname{sen} \mathbf{b} = 2 \operatorname{sen} \left(\frac{\mathbf{a} + \mathbf{b}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\mathbf{a} - \mathbf{b}}{2} \right)$; b) $\operatorname{tg} 65^\circ$