

Examen Integrales

Teoría:

Regla de Barrow. Enunciado y demostración.

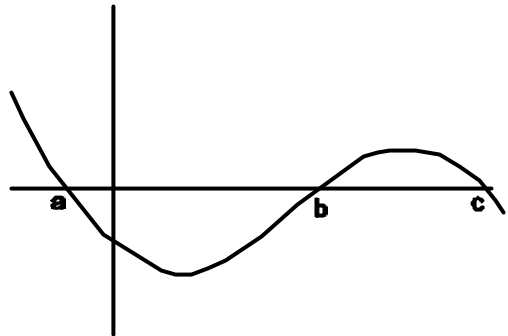
Cuestiones:

a) Probar que la función $f(x) = x^2$ cumple el teorema del valor medio del cálculo integral en $[0,2]$ y hallar el punto cuya existencia asegura el teorema.

b))Cuál de las siguientes expresiones nos da el área limitada por la gráfica de f y el eje de abscisas:

$$\int_a^c f; \left| \int_a^c f \right|; \int_a^b f + \int_b^c f; -\int_a^b f + \int_b^c f$$

c) Cita tres propiedades de la primitiva de una función.



Exercicios:

1.- Calcula

a) $\int \frac{x+2}{x^2-6x+18} dx$ b) $\int e^x \cdot \cos x dx$ c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{16+x^2}$

2.- Calcula el área de la región del plano comprendida entre la curva $y=x^2+x-2$, el eje OX y las rectas $x=-1$ y $x=4$.

3.- Determina los extremos de la función:

$$F(x) = \int_1^{x^2} (t-1) dt$$

Soluciones:

C.1. a) $x=2/3$

1. a) $\frac{1}{2} \ln |x^2-6x+18| + \frac{5}{3} \arctg\left(\frac{x-3}{3}\right) + c$; b) $\frac{e^x \cos x + e^x \sen x}{2} + c$; c) $\pi/8$

2.- $115/6 u^2$

3.- Máx: $x=0$, mín: $x=1$

Examen Integrales

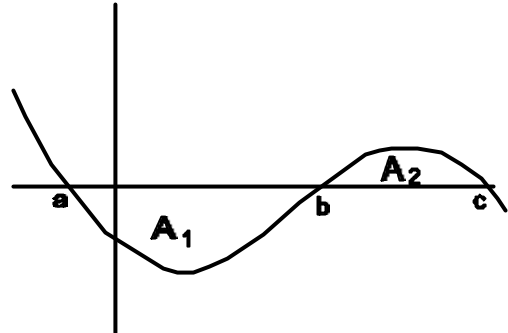
Teoría:

Teorema fundamental del Cálculo Integral. Enunciado y demostración.

Cuestiones:

a) Si las áreas de las partes rayadas son $A_1=1$ y $A_2=1/2$, calcula el valor de:

$$\int_b^c f; \int_a^c f; \int_a^c |f|; \left| \int_a^c f \right|$$



b) Deriva las funciones:

a) $F(x) = \int_x^{x^2} \cos t \, dt$ b) $G(x) = \int_1^{2x} \cos t^2 \, dt$

Ejercicios:

1.- Determina el área de la región del plano limitada por la gráfica de la función $y=x^3-x$ y los ejes de coordenadas.

2.- Calcula:

a) $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{x^2} \right) dx$ b) $\int \frac{\arcsen^2 x \, dx}{\sqrt{x-x^2}}$

c) $\int \frac{x^2 \, dx}{3+x^6}$ d) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{2+\sen x} \, dx$

Soluciones:

- a) $1/2, -1/2, 3/2, 1/2$
 b) $F'(x) = 2x \cdot \cos x^2 - \cos x$; $G'(x) = 2 \cdot \cos(2x)^2$

1. $1/2$

2. a) $e^x - 1/x + c$; b) $\frac{\arcsen^3 x}{3} + c$; c) $\frac{\sqrt{3}}{9} \arctg \left(\frac{x^3}{\sqrt{3}} \right) + c$; d) $\ln 3 - \ln 2$